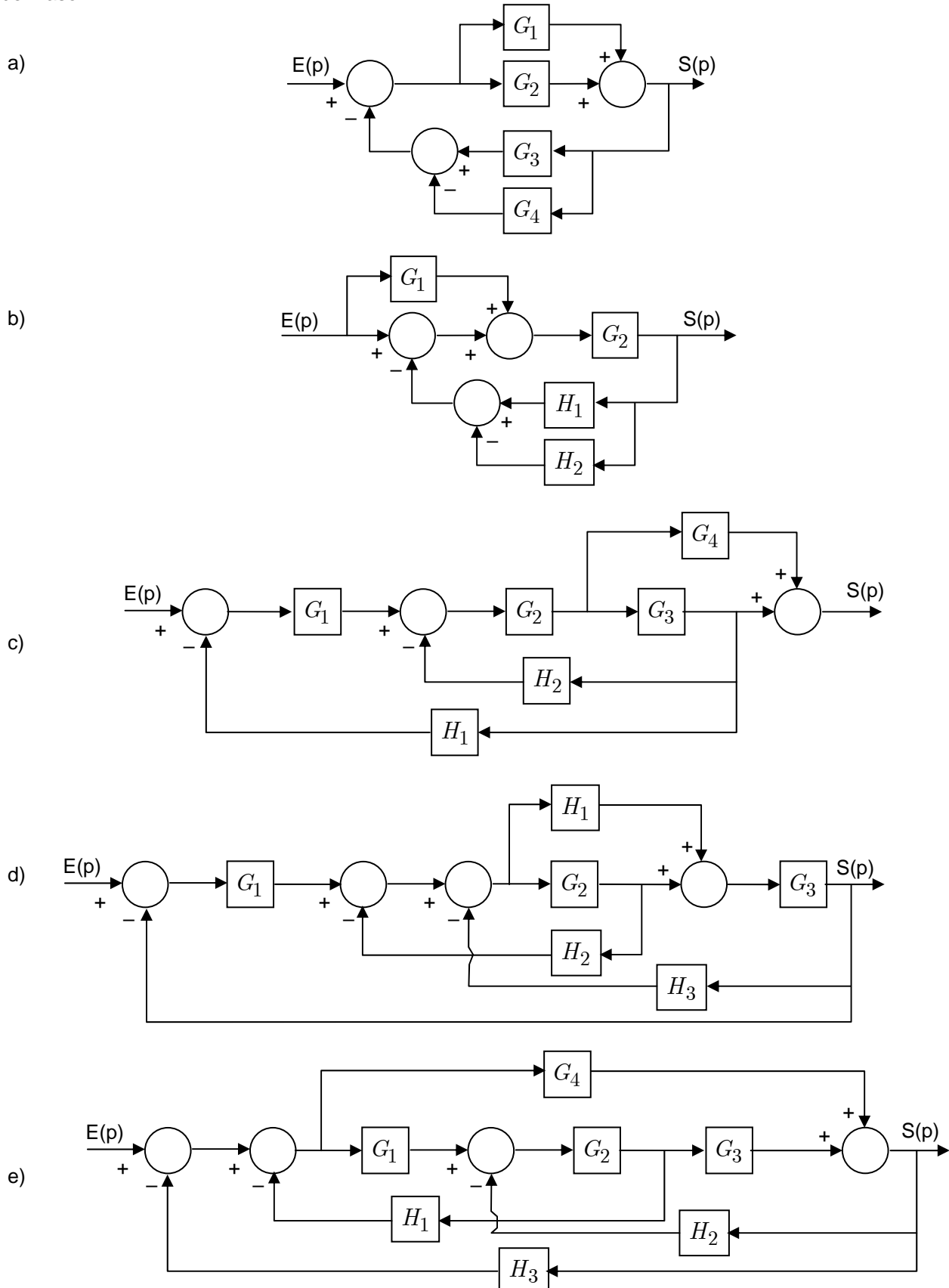


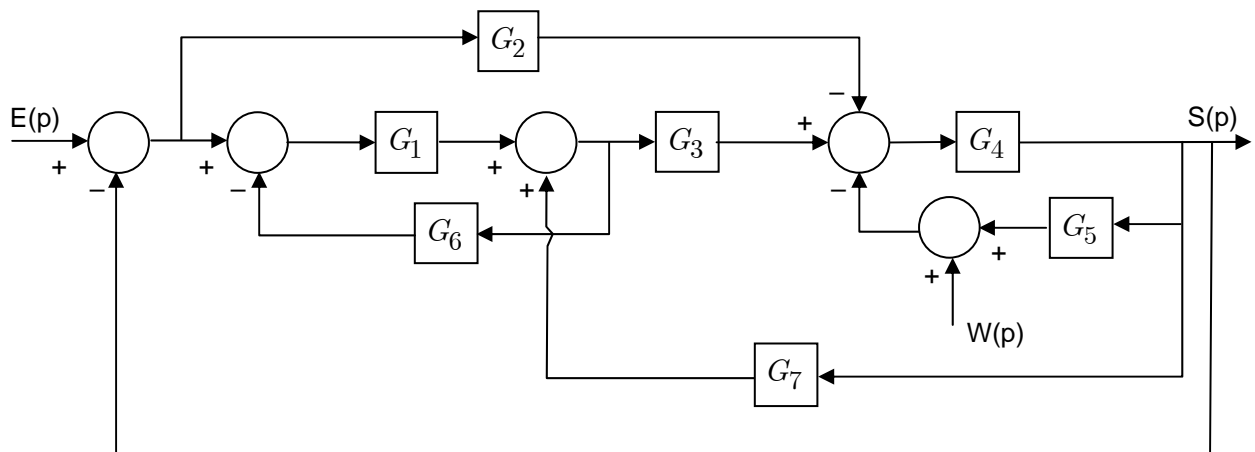
Exercice n°1

Déterminez les fonctions de transfert par simplifications successives des blocs fonctionnels, puis en utilisant la règle de Mason.



Exercice n°2

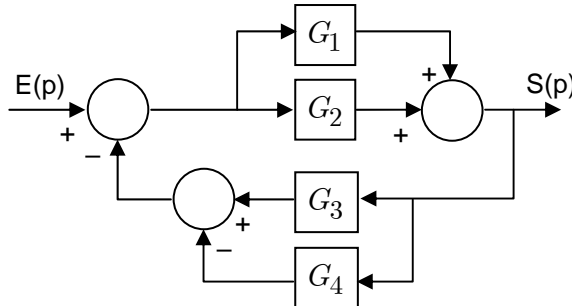
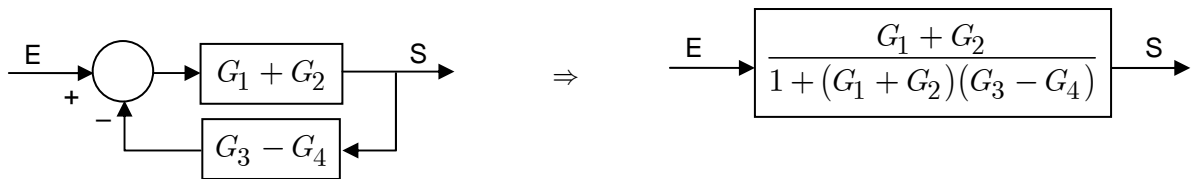
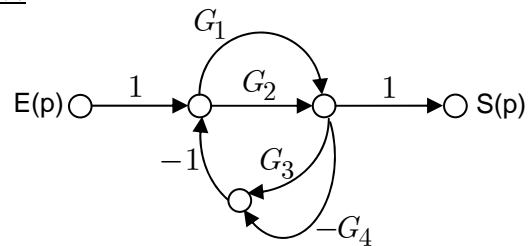
Soit le système suivant à 2 entrées. Trouver la relation $S(p)$ en fonction de $E(p)$ et $W(p)$:



Exercice n°1

Simplification de schémas fonctionnels, et calcul des fonctions de transfert correspondantes :

1.a)


 ➤ 1^{ère} méthode : Par simplifications successives des blocs fonctionnels :

 ➤ 2^{ème} méthode : Par application de la règle de Mason :


- Trouver les chaînes directes et leurs gains (M_j avec j = entier représentant le nombre de chaînes directes du système) :

 Les chaînes directes sont les chemins de $E(p)$ vers $S(p)$ qui ne coupent pas le même point plus d'une fois.

$$\begin{cases} M_1 = G_1 \\ M_2 = G_2 \end{cases}$$

- Trouver les boucles et leurs gains :

Les boucles sont des chemins fermés qui peuvent être empruntés sans croiser le même point plus d'une fois.

$$\begin{cases} \text{Boucle 1} = -G_1G_3 & \text{Boucle 3} = -G_2G_3 \\ \text{Boucle 2} = G_1G_4 & \text{Boucle 4} = G_2G_4 \end{cases}$$

- Trouver les Δ_j :

 $\Delta_j = 1 -$ (les boucles restant après élimination de la chaîne j). Si aucune restante alors $\Delta_j = 1$.

 Si nous éliminons le chemin $M_1 = G_1$ du système, il ne reste plus de boucle complète. Alors :

$$\Delta_1 = 1.$$

 Si nous éliminons le chemin $M_2 = G_2$ du système, il ne reste plus de boucle complète. Alors :

$$\Delta_2 = 1.$$

- Trouver Δ (fonction caractéristique) :

$$\Delta = 1 - \left(\sum \text{gains de boucles} \right) + \left(\sum \text{produit des gains de toutes les paires possibles de boucles ne se touchant pas} \right) - \left(\sum \text{produit des gains de tous les triplets possibles de boucles ne se touchant pas} \right) + \dots$$

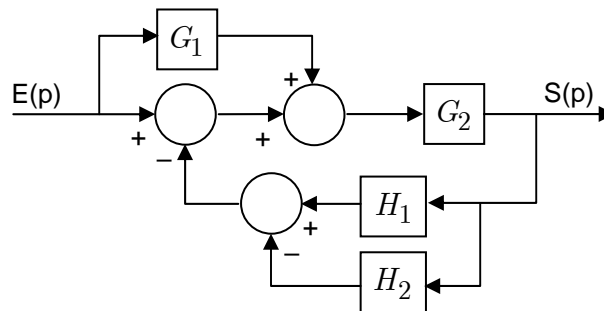
$$\Delta = 1 - (-G_1 G_3 + G_1 G_4 - G_2 G_3 + G_2 G_4) + () - () + () \dots$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 + G_1 G_3 - G_1 G_4 + G_2 G_3 - G_2 G_4 = 1 + (G_1 + G_2)(G_3 - G_4)$$

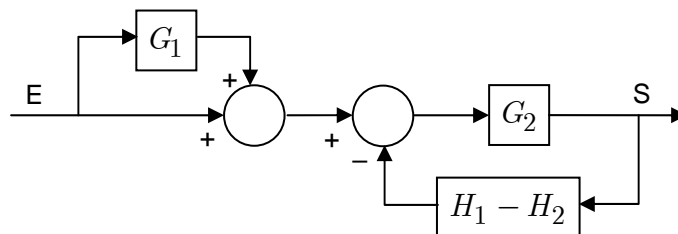
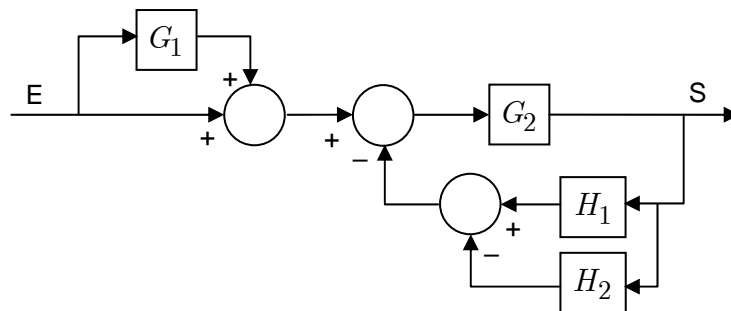
- La solution est alors :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\sum_j M_j \Delta_j}{\Delta} = \frac{G_1 + G_2}{1 + (G_1 + G_2)(G_3 - G_4)}$$

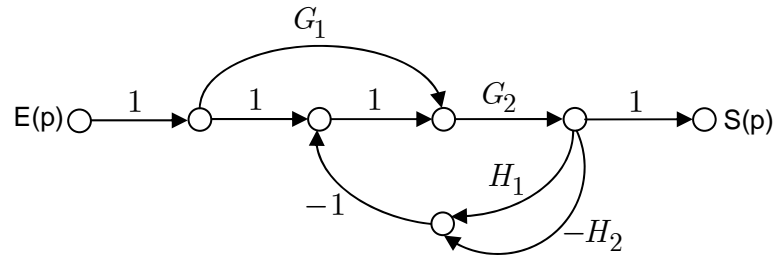
1.b)



➤ 1^{ère} méthode : Par simplifications successives des blocs fonctionnels :



$$E \rightarrow \boxed{1 + G_1} \rightarrow \boxed{\frac{G_2}{1 + G_2 (H_1 - H_2)}} \rightarrow S \quad \Rightarrow \quad E \rightarrow \boxed{\frac{G_2 (1 + G_1)}{1 + G_2 (H_1 - H_2)}} \rightarrow S$$

➤ 2^{ème} méthode : Par application de la règle de Mason :

- Trouver les chaînes directes et leurs gains (M_j avec j = entier représentant le nombre de chaînes directes du système) :

Les chaînes directes sont les chemins de $E(p)$ vers $S(p)$ qui ne coupent pas le même point plus

d'une fois.

$$\begin{cases} M_1 = G_1 G_2 \\ M_2 = G_2 \end{cases}$$

- Trouver les boucles et leurs gains :

Les boucles sont des chemins fermés qui peuvent être empruntés sans croiser le même point plus d'une fois.

$$\begin{cases} \text{Boucle 1} = -G_2 H_1 \\ \text{Boucle 2} = G_2 H_2 \end{cases}$$

- Trouver les Δ_j :

$\Delta_j = 1 -$ (les boucles restant après élimination de la chaîne j). Si aucune restant alors $\Delta_j = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_1 = G_1 G_2$ du système, il ne reste plus de boucle complète. Alors :

$$\Delta_1 = 1.$$

Si nous éliminons le chemin $M_2 = G_2$ du système, il ne reste plus de boucle complète. Alors :

$$\Delta_2 = 1.$$

- Trouver Δ (fonction caractéristique) :

$$\begin{aligned} \Delta = & 1 - \left(\sum \text{gains de boucles} \right) \\ & + \left(\sum \text{produit des gains de toutes les paires possibles de boucles ne se touchant pas} \right) \\ & - \left(\sum \text{produit des gains de tous les triplets possibles de boucles ne se touchant pas} \right) \\ & + \dots \end{aligned}$$

$$\Delta = 1 - (-G_2 H_1 + G_2 H_2)$$

+

-

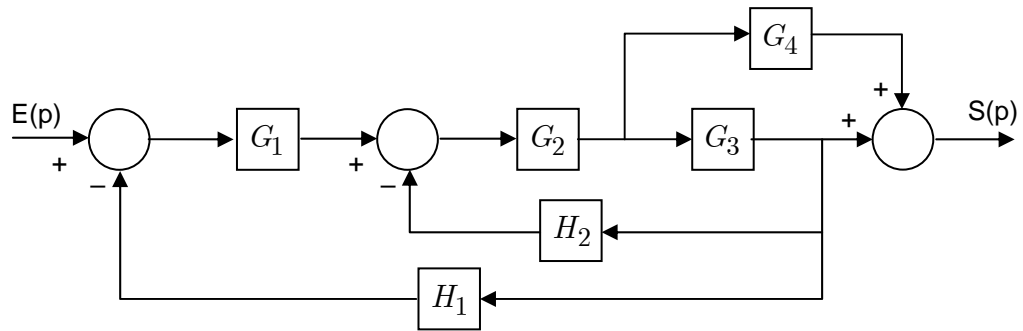
+

$$\Rightarrow \Delta = 1 + G_2 H_1 - G_2 H_2 = 1 + G_2 (H_1 - H_2)$$

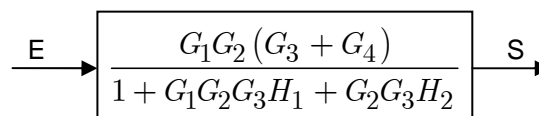
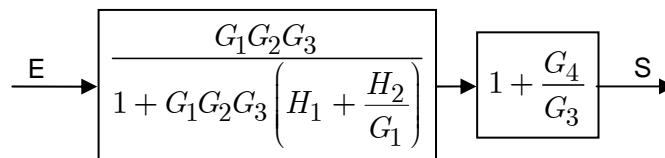
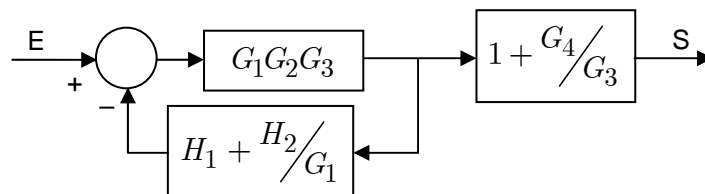
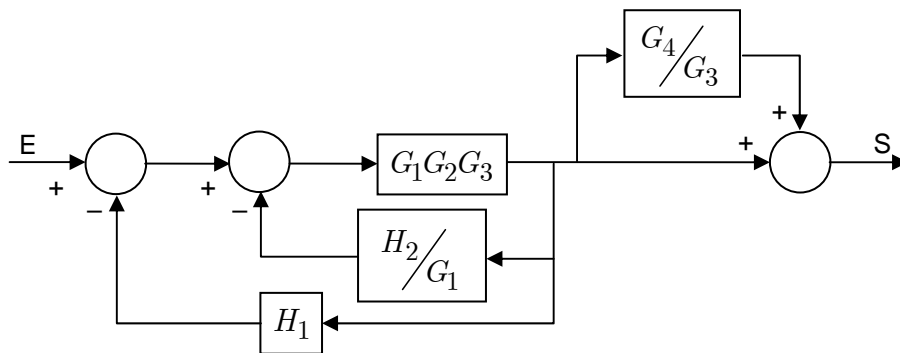
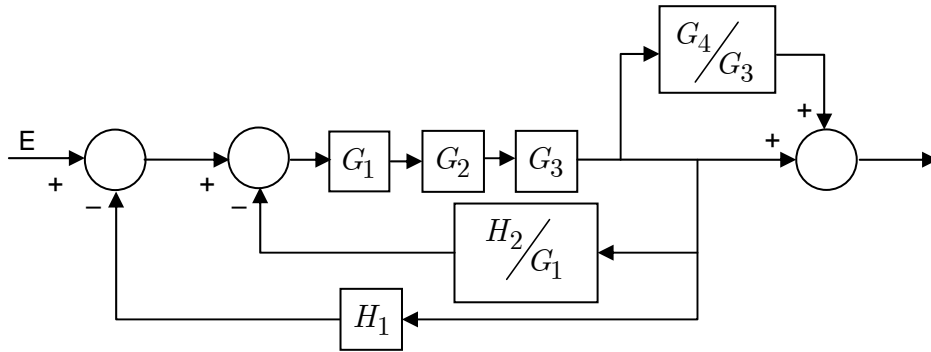
- La solution est alors :

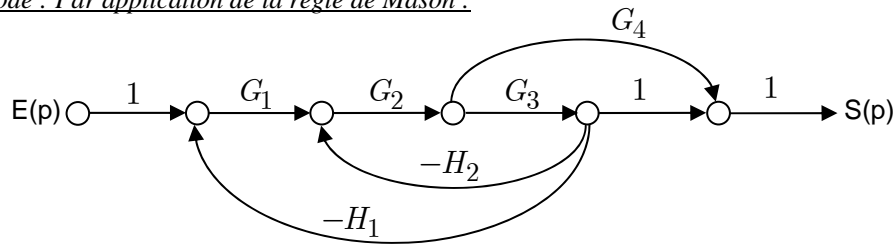
$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\sum_j M_j \Delta_j}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 + G_2}{1 + G_2 (H_1 - H_2)} = \frac{G_2 (1 + G_1)}{1 + G_2 (H_1 - H_2)}$$

1.c)



➤ 1^{ère} méthode : Par simplifications successives des blocs fonctionnels :



➤ 2^{ème} méthode : Par application de la règle de Mason :

- Trouver les chaînes directes et leurs gains (M_j avec j = entier représentant le nombre de chaînes directes du système) :

Les chaînes directes sont les chemins de $E(p)$ vers $S(p)$ qui ne coupent pas le même point plus d'une fois.

$$\begin{cases} M_1 = G_1 G_2 G_3 \\ M_2 = G_1 G_2 G_4 \end{cases}$$

- Trouver les boucles et leurs gains :

Les boucles sont des chemins fermés qui peuvent être empruntés sans croiser le même point plus d'une fois.

$$\begin{cases} \text{Boucle 1} = -G_1 G_2 G_3 H_1 \\ \text{Boucle 2} = -G_2 G_3 H_2 \end{cases}$$

- Trouver les Δ_j :

$\Delta_j = 1 -$ (les boucles restant après élimination de la chaîne j). Si aucune restante alors $\Delta_j = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_1 = G_1 G_2 G_3$ du système, il ne reste plus de boucle complète. Alors : $\Delta_1 = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_2 = G_1 G_2 G_4$ du système, il ne reste plus de boucle complète. Alors : $\Delta_2 = 1$.

- Trouver Δ (fonction caractéristique) :

$$\begin{aligned} \Delta = & 1 - \left(\sum \text{gains de boucles} \right) \\ & + \left(\sum \text{produit des gains de toutes les paires possibles de boucles ne se touchant pas} \right) \\ & - \left(\sum \text{produit des gains de tous les triplets possibles de boucles ne se touchant pas} \right) \\ & + \dots \end{aligned}$$

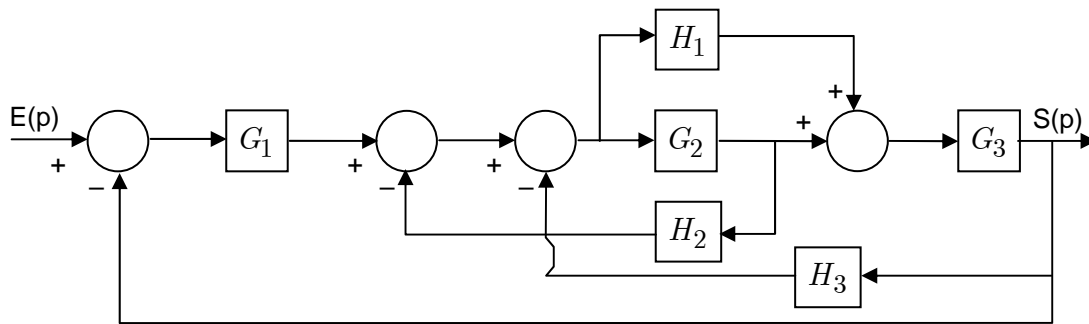
$$\begin{aligned} \Delta = & 1 - (-G_1 G_2 G_3 H_1 - G_2 G_3 H_2) \\ & + () \\ & - () \\ & + () \dots \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \Delta = 1 + G_1 G_2 G_3 H_1 + G_2 G_3 H_2$$

- La solution est alors :

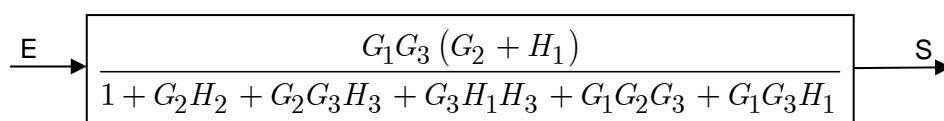
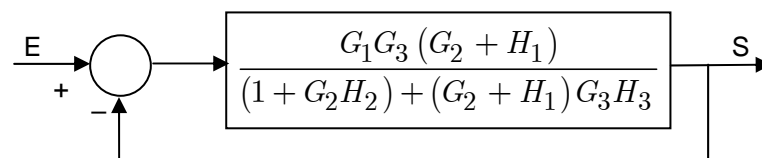
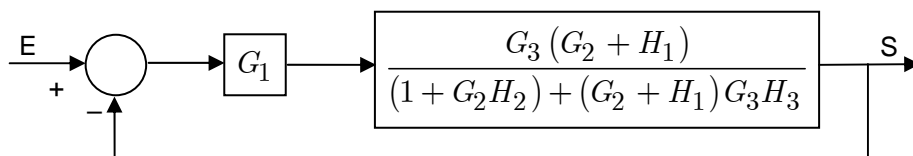
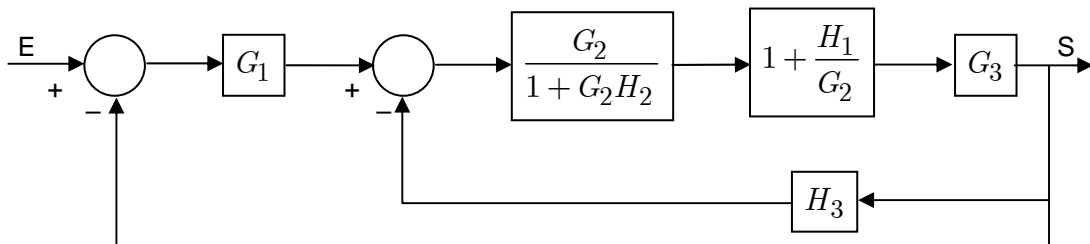
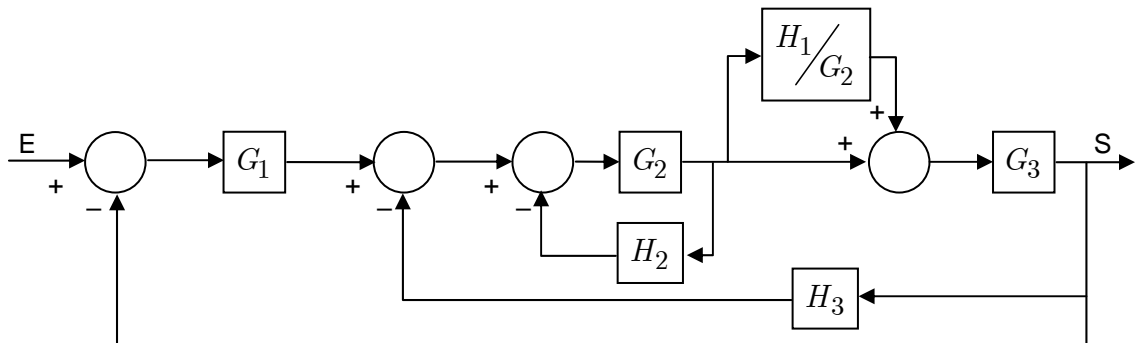
$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\sum_j M_j \Delta_j}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_1 G_2 G_4}{1 + G_1 G_2 G_3 H_1 + G_2 G_3 H_2}$$

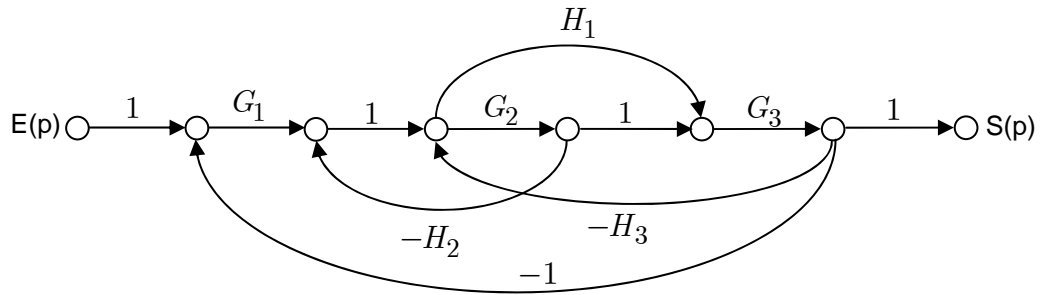
$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_1 G_2 (G_3 + G_4)}{1 + G_1 G_2 G_3 H_1 + G_2 G_3 H_2}$$

1.d)



➤ 1^{ère} méthode : Par simplifications successives des blocs fonctionnels :



➤ 2^{ème} méthode : Par application de la règle de Mason :

- Trouver les chaînes directes et leurs gains (M_j avec j = entier représentant le nombre de chaînes directes du système) :

Les chaînes directes sont les chemins de $E(p)$ vers $S(p)$ qui ne coupent pas le même point plus d'une fois.

$$\begin{cases} M_1 = G_1 G_2 G_3 \\ M_2 = G_1 H_1 G_3 \end{cases}$$

- Trouver les boucles et leurs gains :

Les boucles sont des chemins fermés qui peuvent être empruntés sans croiser le même point plus d'une fois.

$$\begin{cases} \text{Boucle 1} = -G_2 H_2 & \text{Boucle 3} = -G_1 G_2 G_3 & \text{Boucle 5} = -H_1 G_3 H_3 \\ \text{Boucle 2} = -G_2 G_3 H_3 & \text{Boucle 4} = -G_1 H_1 G_3 \end{cases}$$

- Trouver les Δ_j :

$\Delta_j = 1 -$ (les boucles restant après élimination de la chaîne j). Si aucune restante alors $\Delta_j = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_1 = G_1 G_2 G_3$ du système, il ne reste plus de boucle complète.

Alors : $\Delta_1 = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_2 = G_1 H_1 G_3$ du système, il ne reste plus de boucle complète.

Alors : $\Delta_2 = 1$.

- Trouver Δ (fonction caractéristique) :

$$\begin{aligned} \Delta = & 1 - \left(\sum \text{gains de boucles} \right) \\ & + \left(\sum \text{produit des gains de toutes les paires possibles de boucles ne se touchant pas} \right) \\ & - \left(\sum \text{produit des gains de tous les triplets possibles de boucles ne se touchant pas} \right) \\ & + \dots \end{aligned}$$

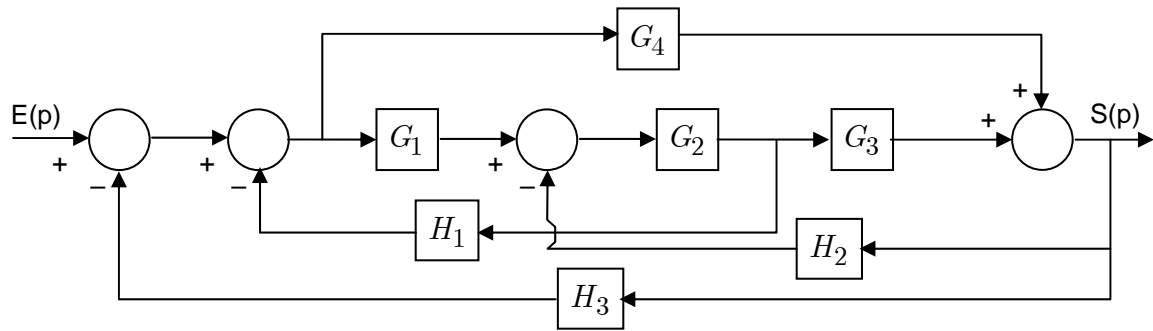
$$\Delta = 1 - (-G_2 H_1 - G_2 G_3 H_3 - G_1 G_2 G_3 - G_1 H_1 G_3 - H_1 G_3 H_3) + () - () + () \dots$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 + G_2 H_1 + G_2 G_3 H_3 + G_1 G_2 G_3 + G_1 H_1 G_3 + H_1 G_3 H_3$$

- La solution est alors :
$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\sum_j M_j \Delta_j}{\Delta}$$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_1 G_3 (G_2 + H_1)}{1 + G_2 H_2 + G_2 G_3 H_3 + G_3 H_1 H_3 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_3 H_1}$$

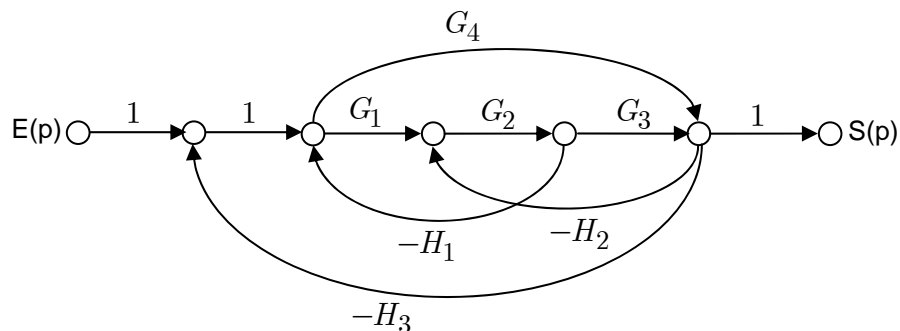
1.e)



➤ 1^{ère} méthode : Par simplifications successives des blocs fonctionnels :

Difficile à simplifier à cause des inversions "nœud-comparateur".

➤ 2^{ème} méthode : Par application de la règle de Mason :



- Trouver les chaînes directes et leurs gains (M_j avec j = entier représentant le nombre de chaînes directes du système) :
Les chaînes directes sont les chemins de $E(p)$ vers $S(p)$ qui ne coupent pas le même point plus d'une fois.

$$\begin{cases} M_1 = G_1 G_2 G_3 \\ M_2 = G_4 \end{cases}$$

- Trouver les boucles et leurs gains :
Les boucles sont des chemins fermés qui peuvent être empruntés sans croiser le même point plus d'une fois.

$$\begin{cases} \text{Boucle 1} = -G_1 G_2 H_1 & \text{Boucle 3} = -G_1 G_2 G_3 H_3 & \text{Boucle 5} = G_4 H_2 G_2 H_1 \\ \text{Boucle 2} = -G_2 G_3 H_2 & \text{Boucle 4} = -G_4 H_3 \end{cases}$$

- Trouver les Δ_j :

$\Delta_j = 1 -$ (les boucles restant après élimination de la chaîne j). Si aucune restante alors $\Delta_j = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_1 = G_1 G_2 G_3$ du système, il ne reste plus de boucle complète. Alors : $\Delta_1 = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_2 = G_4$ du système, il ne reste plus de boucle complète. Alors : $\Delta_2 = 1$.

- Trouver Δ (fonction caractéristique) :

$$\Delta = 1 - \left(\sum \text{gains de boucles} \right) + \left(\sum \text{produit des gains de toutes les paires possibles de boucles ne se touchant pas} \right) - \left(\sum \text{produit des gains de tous les triplets possibles de boucles ne se touchant pas} \right) + \dots$$

$$\Delta = 1 - (-G_1G_2H_1 - G_2G_3H_2 - G_1G_2G_3H_3 - G_4H_3 + G_4H_2G_2H_1) + () - () + () \dots$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 + G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3H_3 + G_4H_3 - G_4H_2G_2H_1$$

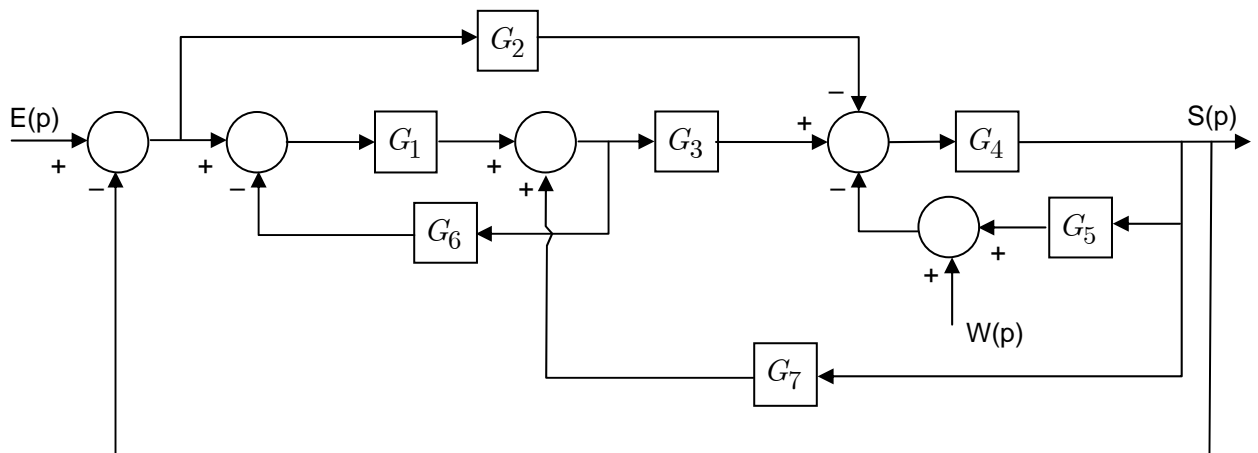
• La solution est alors :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\sum_j M_j \Delta_j}{\Delta}$$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_1G_2G_3 + G_4}{1 + G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3H_3 + G_4H_3 - G_4H_2G_2H_1}$$

Exercice n°2

Soit le système suivant à 2 entrées. Trouver la relation $S(p)$ en fonction de $E(p)$ et $W(p)$.



Il s'agit en fait de trouver 2 fonctions de transfert : la première, $G_{SE}(p)$, entre l'entrée E et la sortie S . La seconde, $G_{SW}(p)$, entre l'entrée W et la sortie S . Puisque le système est supposé linéaire, lorsque nous calculons $G_{SE}(p)$, nous pouvons considérer que l'entrée $W = 0$. De même, lorsque nous calculons $G_{SW}(p)$, nous pouvons considérer que l'entrée $E = 0$. Une fois les 2 fonctions de transfert calculées, la sortie $S(p)$ due aux 2 entrées $E(p)$ et $W(p)$ est donnée par :

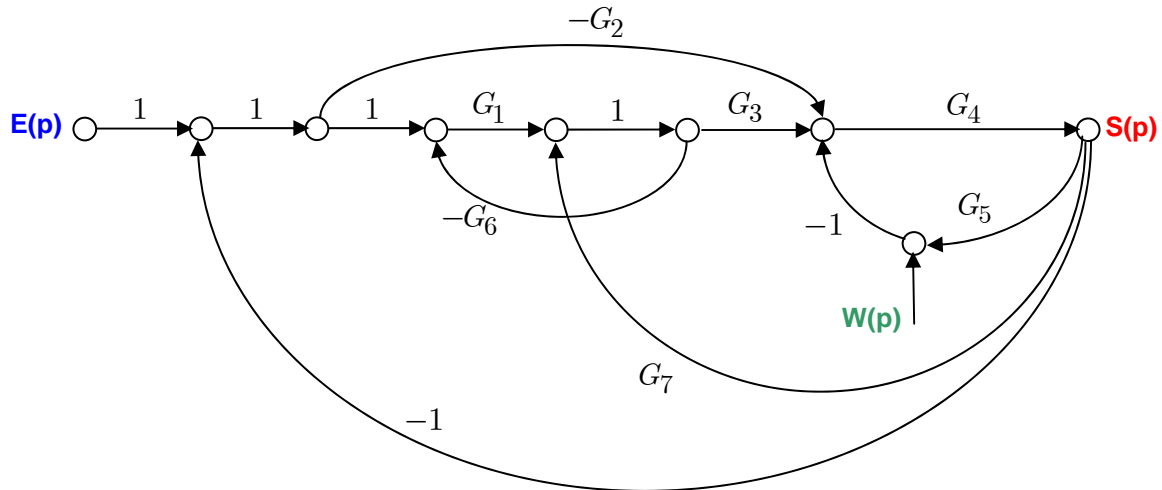
$$S(p) = G_{SE}(p) \cdot E(p) + G_{SW}(p) \cdot W(p)$$

Bien que $G_{SE}(p)$ et $G_{SW}(p)$ peuvent être obtenues par manipulation des blocs fonctionnels, ces manipulations ne sont pas simples. De plus, les manipulations utilisées pour le calcul de $G_{SE}(p)$ ne sont, généralement, pas utilisées pour calculer $G_{SW}(p)$. Il est donc requis 2 séries séparées de manipulations.

- 1^{ère} méthode : Par simplifications successives des blocs fonctionnels :

Difficile à simplifier à cause des inversions "nœud-comparateur".

- 2^{ème} méthode : Par application de la règle de Mason :



- ❖ Déterminons Δ (fonction caractéristique). Cette fonction est indépendante des entrées et des sorties considérées :

$$\Delta = 1 - \left(\sum \text{gains de boucles} \right) + \left(\sum \text{produit des gains de toutes les paires possibles de boucles ne se touchant pas} \right) - \left(\sum \text{produit des gains de tous les triplets possibles de boucles ne se touchant pas} \right) + \dots$$

Pour cela :

- Nous commençons par calculer les boucles et leurs gains :
Les boucles sont des chemins fermés qui peuvent être empruntés sans croiser le même point plus d'une fois.

$$\begin{array}{lll} \text{Boucle 1} = -G_1 G_6 & \text{Boucle 3} = G_3 G_4 G_7 & \text{Boucle 5} = G_2 G_4 \\ \text{Boucle 2} = -G_4 G_5 & \text{Boucle 4} = -G_1 G_3 G_4 & \end{array}$$

- Les boucles 2 à 5 sont des boucles qui se touchent car elles passent toutes par G_4 .
- Les boucles 1 et 2 ne se touchent pas. Les boucles 1 et 5 non plus.

- Nous pouvons alors définir la fonction caractéristique Δ :

$$\begin{aligned} \Delta = & 1 - (-G_1 G_6 - G_4 G_5 + G_3 G_4 G_7 - G_1 G_3 G_4 + G_2 G_4) \\ & + [(-G_1 G_6)(-G_4 G_5) + (-G_1 G_6)(G_2 G_4)] \\ & - () \\ & + () \dots \end{aligned}$$

$$\Delta = 1 + G_1 G_6 + G_4 G_5 - G_3 G_4 G_7 + G_1 G_3 G_4 - G_2 G_4 + G_1 G_4 G_5 G_6 - G_1 G_2 G_4 G_6$$

- ❖ Calculons maintenant les chaînes directes et leurs gains. Les chaînes directes sont les chemins parcourus d'une entrée vers une sortie. Elles dépendent donc de l'entrée considérée :

(M_{Ei} avec i = entier représentant le nombre de chaînes directes du système entre l'entrée E et la sortie S).
 (M_{Wj} avec j = entier représentant le nombre de chaînes directes du système entre l'entrée W et la sortie S).

$$\text{De } E(p) \text{ vers } S(p) : \begin{cases} M_{E1} = G_1 G_3 G_4 \\ M_{E2} = -G_2 G_4 \end{cases}$$

$$\text{De } W(p) \text{ vers } S(p) : \begin{cases} M_{W1} = -G_4 \end{cases}$$

- ❖ Trouvons les Δ_{Ei} :

$\Delta_{Ei} = 1 -$ (les boucles restant après élimination de la chaîne i). Si aucune restante alors $\Delta_{Ei} = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_{E1} = G_1 G_3 G_4$ du système, il ne reste plus de boucle complète.
 Alors : $\Delta_{E1} = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_{E2} = -G_2 G_4$ du système, il reste la boucle n°1 = $-G_1 G_6$ complète.
 Alors : $\Delta_{E2} = 1 - (-G_1 G_6) = 1 + G_1 G_6$.

❖ $G_{SE}(p)$ est alors égale à :

$$G_{SE}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\sum_i M_{Ei} \Delta_{Ei}}{\Delta}$$

$$G_{SE}(p) = \frac{G_1 G_3 G_4 - G_2 G_4 (1 + G_1 G_6)}{1 + G_1 G_6 + G_4 G_5 - G_3 G_4 G_7 + G_1 G_3 G_4 - G_2 G_4 + G_1 G_4 G_5 G_6 - G_1 G_2 G_4 G_6}$$

- ❖ Trouvons les Δ_{Wj} :

$\Delta_{Wj} = 1 -$ (les boucles restant après élimination de la chaîne j). Si aucune restante alors $\Delta_{Wj} = 1$.

Si nous éliminons le chemin $M_{W1} = -G_4$ du système, il reste la boucle n°1 = $-G_1 G_6$ complète.
 Alors : $\Delta_{W1} = 1 - (-G_1 G_6) = 1 + G_1 G_6$.

❖ $G_{SW}(p)$ est alors égale à :

$$G_{SW}(p) = \frac{S(p)}{W(p)} = \frac{\sum_j M_{Wj} \Delta_{Wj}}{\Delta}$$

$$G_{SW}(p) = \frac{-G_4 (1 + G_1 G_6)}{1 + G_1 G_6 + G_4 G_5 - G_3 G_4 G_7 + G_1 G_3 G_4 - G_2 G_4 + G_1 G_4 G_5 G_6 - G_1 G_2 G_4 G_6}$$

- ❖ Finalement :

$$S(p) = G_{SE}(p) \cdot E(p) + G_{SW}(p) \cdot W(p)$$

$$S(p) = \frac{[G_1 G_3 G_4 - G_2 G_4 (1 + G_1 G_6)] E(p) - [G_4 (1 + G_1 G_6)] W(p)}{1 + G_1 G_6 + G_4 G_5 - G_3 G_4 G_7 + G_1 G_3 G_4 - G_2 G_4 + G_1 G_4 G_5 G_6 - G_1 G_2 G_4 G_6}$$

Règles de transformation des schémas fonctionnels

| N | Schéma fonctionnel original | Schéma fonctionnel équivalent |
|----|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. | | |
| 2. | | |
| 3. | | |
| 4. | | |
| 5. | | |
| 6. | | |

| | | |
|-----|--|--|
| 7. | | |
| 8. | | |
| 9. | | |
| 10. | | |
| 11. | | |
| 12. | | |
| 13. | | |
| 14. | | |